

УДК 519.218.28

**А.В. Боровский**

*Байкальский государственный университет,  
г. Иркутск, Российская Федерация*

### **МОДЕЛЬ ЭПИДЕМИИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ**

**Аннотация.** Рассмотрена теоретическая модель эпидемии, обладающей скрытым инкубационным периодом заражения. Показано, что в отличие от моделей SIR, SIS, SEIR, MSEIR такая эпидемия описывается системой уравнений эпидемической кинетики с запаздыванием. Уравнение для количества заражённых членов популяции сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка с медленно меняющимися коэффициентами. Получены аналитические решения этого уравнения для случая кусочно-постоянных коэффициентов при отсутствии и наличии постоянно-действующего источника заражения. Построены эпидемические графики, показывающие развитие и затухание эпидемии. Обсуждаются некоторые меры по подавлению эпидемии.

**Ключевые слова.** Теоретические модели эпидемий, вспышка коронавирусной инфекции.

**Информация о статье.** Дата поступления: 27 ноября 2020 г.

**A.V. Borovsky**

*Baikal State University,  
Irkutsk, Russian Federation*

### **LAG EPIDEMIC MODEL**

**Abstract.** The research examined a theoretical model of an epidemic with a latent incubation period of infection. It is shown that, in contrast to the SIR, SIS, SEIR, MSEIR models, such an epidemic is described by a system of equations of kinetics with delay. The equation for the number of infected members of the population is reduced to a second-order differential equation with slowly varying coefficients and a constant source of infection. The research found analytical solutions of this equation for the case of piecewise constant coefficients in the absence. The author employed epidemic graphs to show the development and slowing down of the epidemic. The article also discussed some measures to control the epidemic.

**Keywords.** Theoretical models of epidemic, outbreak of coronavirus infection.

**Article info.** Received 27 November, 2020.

---

В настоящее время большую актуальность представляет исследование эпидемических моделей. В среде медиков считается, что разработка теории эпидемий восходит к трудам Д. Бернулли (1760 г.) и У. Фарра (1840 г.) Последний занимался описанием эпидемии оспы, разразившейся в 1837–38 гг. в Англии. Известна работа русского врача П. Енько (1889 г.), рассмотревшего некоторые эпидемические модели. Дж. Браунли (1906 г.) развил статистическую теорию У. Фарра. Хаммер и Росс в 1927 г. открыли

«закон действующих масс» в теории эпидемий, согласно которому скорость заражения пропорциональна произведению количества инфицированных и здоровых особей. Бейли и Уиттл продвигали стохастические модели в теории эпидемий (1970 г.). Некоторые ранние исследования по теории эпидемий представлены в ссылках [1–7]. В России до 2012 г. выпускался журнал «Проблемы особо опасных инфекций» [8–10]. С 2012 г. выходит журнал «Эпидемиология». Вопросы эпидемии коронавируса представлены в интернет-статьях [11–12]. Авторы последних, считают, что эпидемия коронавируса плохо поддаётся теоретическому описанию при помощи известных моделей (SIR, SIS, SEIR, MSEIR).

В данной работе автор, находящийся под впечатлением современной эпидемии коронавируса, предлагает рассмотреть эпидемическую модель, учитывающую запаздывание в изолировании заболевшего человека. Такое запаздывание обусловлено наличием скрытого инкубационного периода заболевания, во время которого и происходит распространение эпидемии.

Изучим распространение эпидемии в замкнутой популяции. Примером может служить населённый пункт (город, посёлок, вахтовое производство). Особенностью эпидемии является длительный инкубационный период, предшествующий заболеванию.

Пусть

$N_0$  — численность популяции, за вычетом части популяции, имеющей иммунитет.

$N_1(t)$  — численность здоровых людей, ранее неболевших вирусной инфекцией,

$N_2(t)$  — численность заражённых людей в момент времени  $t$ ,

$N_3(t)$  — численность выздоровевших людей, перенёсших вирусную инфекцию,

$N_4(t)$  — численность умерших людей.

В соответствии с предположением о замкнутости популяции

$$\sum_{i=1}^4 N_i(t) = N_0. \quad (1)$$

Выделим переболевших людей в отдельную группу  $N_3(t)$  в связи с тем, что эти люди приобрели иммунитет и далее не заражаются и не болеют. Люди из группы  $N_1(t)$  иммунитетом не обладают и могут заразиться и заболеть.

Далее будем предполагать, что заболевание обладает инкубационным периодом с длительностью  $\tau$ . К заражению окружающих приводят контакты заболевших, находящихся в инкубационном периоде, со здоровыми членами популяции, не обладающими иммунитетом. Длительность инкубационного периода для коронавирусной инфекции  $\tau = 7 - 10$  дней.

Запишем математическое выражение для скорости уменьшения здоровых членов популяции

$$\frac{dN_1}{dt}(t) = -\kappa^- \int_{t-\tau}^t \frac{dN_2}{dt'}(t')dt'. \quad (2)$$

К их заражению приводят члены популяции, которые уже заразились, но находятся в инкубационном периоде роста заболевания. По истечении инкубационного периода человек заболевает в явном виде, медики его изолируют, и он перестаёт участвовать в заражении окружающих. Поэтому в (2) интегрирование ведётся только по интервалу времени, равному инкубационному периоду.

Запишем математическое выражение для скорости изменения количества заражённых членов популяции

$$\begin{aligned} \frac{dN_2}{dt}(t) = & \kappa^- \int_{t-\tau}^t \frac{dN_2}{dt'}(t')dt' - \kappa^+ \int_0^t \frac{dN_2}{dt'}(t')dt' - \\ & - \kappa^c \int_0^{t-\tau} \frac{dN_2}{dt'}(t')dt'. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь первое слагаемое описывает скорость появления новых заражённых членов популяции, второе и третье слагаемые описывают убыль количества заражённых вследствие выздоровления и смертности. Коэффициенты  $\kappa^-$ ,  $\kappa^+$ ,  $\kappa^c$  — частоты заражения, выздоровления и смертности в расчёте на одного члена популяции. Измеряются в обратных днях.

Скорости увеличения количества выздоровевших и умерших членов популяции определяются выражениями

$$\begin{aligned} \frac{dN_3}{dt}(t) = & \kappa^+ \int_0^t \frac{dN_2}{dt'}(t')dt', \\ \frac{dN_4}{dt}(t) = & \kappa^c \int_0^{t-\tau} \frac{dN_2}{dt'}(t')dt'. \end{aligned} \quad (4)$$

Сумма выражений (2)–(4) равна нулю, что является отражением закона сохранения количества членов популяции (1). В третьем интеграле формулы (3) и втором уравнении (4) интегрирование при

подсчёте смертности ведётся вне инкубационного периода, так как в пределах инкубационного периода человек ещё не болеет в явном виде, и поэтому смертность отсутствует. С другой стороны, во втором интеграле формулы (3) и первом уравнении (4) интегрирование ведётся по всему интервалу времени, так как возможно выздоровление человека как в пределах, так и за пределами инкубационного периода.

Частота заражения здоровых людей определяется частотой контактов  $\Delta n$  больного человека со здоровыми людьми, умноженной на вероятность  $p$  заражения здорового человека

$$\kappa^- = (\Delta n) \cdot p. \quad (5)$$

Частота контактов отдельного человека с окружающими людьми зависит от места работы или учебы человека. Для школьников и студентов это численность класса или студенческой группы ( $\Delta n$ ) = 20–30 чел/день. Для рабочих это численность бригады ( $\Delta n$ ) = 15–20 чел/день. Для офисных работников это численность филиала или отдела ( $\Delta n$ ) = 15–20 чел/день. Некоторое увеличение частоты контактов дают поездки в общественном транспорте, посещение увеселительных заведений, кинотеатров и др. Эти вопросы требуют более тщательного рассмотрения.

Наконец, следует учесть уменьшение количества ранее не болевших людей по мере развития эпидемии

$$\Delta n = \Delta n_0 \cdot \frac{N_1(t)}{N_0}. \quad (6)$$

В результате получим частоту заражений, изменяющуюся во времени

$$\kappa^- = p \Delta n_0 \frac{N_1(t)}{N_0}. \quad (7)$$

Преобразуем уравнение (3), записав второй интеграл в виде суммы

$$\int_0^t \frac{dN_2}{dt'}(t')dt' = \int_0^{t-\tau} \frac{dN_2}{dt'}(t')dt' + \int_{t-\tau}^t \frac{dN_2}{dt'}(t')dt'.$$

В этом случае уравнение (3) преобразуется к виду

$$\frac{dN_2}{dt}(t) = (\kappa^- - \kappa^+) \int_{t-\tau}^t \frac{dN_2}{dt'}(t')dt' - (\kappa^+ + \kappa^c) \int_0^{t-\tau} \frac{dN_2}{dt'}(t')dt' \quad (8)$$

Раскроем интегралы в (2), (4), (8)

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt}(t) &= -\kappa^-(N_2(t) - N_2(t - \tau)), \\ \frac{dN_2}{dt}(t) &= (\kappa^- - \kappa^+)N_2(t) - (\kappa^- + \kappa^c)N_2(t - \tau), \\ \frac{dN_3}{dt}(t) &= \kappa^+ N_2(t), \\ \frac{dN_4}{dt}(t) &= \kappa^c N_2(t - \tau).\end{aligned}\quad (9)$$

В правой части второго уравнения системы (9) после раскрытия интегралов приведены подобные слагаемые.

Если опустить в (9) слагаемые с запаздыванием  $N_2(t - \tau)$ , то получится модель SIR, известная в эпидемиологии. В этой модели используются другие обозначения –  $N_1, N_2, N_3 \rightarrow S, I, R$ .

Полученная система уравнений (9) относится к классу уравнений кинетики с запаздыванием, что обусловлено наличием у заболевания инкубационного периода. Это редкий вид уравнений, которые в физической кинетике обычно не встречаются. Такие уравнения попадают в экономической теории. Ими описывают работу складов и снабженческих организаций.

Можно предложить следующий метод решения уравнений (9). Разложим  $N_2(t - \tau)$  в ряд Тейлора, ограничившись тремя слагаемыми

$$N_2(t - \tau) = N_2(t) - \dot{N}_2(t)\tau + \frac{1}{2}\ddot{N}_2(t)\tau^2. \quad (14)$$

Точка над буквой означает производную по времени. Второе уравнение системы (9) в этом случае приобретает вид

$$\ddot{N}_2(t) + 2a(t)\dot{N}_2(t) + b(t)N_2(t) = 0, \quad (15)$$

$$a(t) = \frac{(1 - (\kappa^-(t) + \kappa^c)\tau)}{(\kappa^-(t) + \kappa^c)\tau^2}, \quad b(t) = \frac{2(\kappa^+ + \kappa^c)}{(\kappa^-(t) + \kappa^c)\tau^2}. \quad (16)$$

Коэффициенты меняются медленно, либо скачком в момент введения санитарных норм.

### 1. Модель эпидемии с кусочно-постоянными коэффициентами

Рассмотрим в связи с этим решение уравнения (15) с постоянными коэффициентами (16)

$$\ddot{N}_2(t) + 2a\dot{N}_2(t) + bN_2(t) = 0, \quad (17)$$

И начальными условиями

$$N_2(0) = 0, \quad \dot{N}_2(t) = \dot{N}_{20}. \quad (18)$$

Ищем частные решения уравнения (17) в виде экспоненты

$$N_2(t) = Ce^{\lambda t}.$$

Подставив в (17) получаем характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + 2a\lambda + b = 0, \quad (19)$$

которое имеет два корня

$$\lambda_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2 - b}.$$

Общее решение начальной задачи имеет вид

$$N_2(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (20)$$

Коэффициенты  $C_{1,2}$  находятся подстановкой (20) в начальные условия (18). В результате находим единственное решение, удовлетворяющее начальным условиям

$$N_2(t) = \dot{N}_{20} \omega^{-1} e^{-at} sh(\omega t), \quad \omega = \sqrt{a^2 - b} \quad (21)$$

Решение (21) описывает взрывной (неуправляемый) рост эпидемии на её начальном этапе.

Коэффициент  $a$  здесь отрицательный  $a < -\sqrt{b}$ .

В случае  $|a| < \sqrt{b}$  получаем следующее решение при  $t > t'$

$$\begin{aligned} N_2(t) &= \dot{N}_2(t') \omega^{-1} e^{-a(t-t')} \sin(\omega(t-t')) \\ &+ N_2(t') e^{-a(t-t')} [a\omega^{-1} \sin(\omega(t-t')) + \cos(\omega(t-t'))], \\ \omega &= \sqrt{b - a^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

В случае  $a > \sqrt{b}$  получаем следующее решение при  $t > t'$

$$\begin{aligned} N_2(t) &= \dot{N}_2(t') \omega^{-1} e^{-a(t-t')} sh(\omega(t-t')) \\ &+ N_2(t') e^{-a(t-t')} [a\omega^{-1} sh(\omega(t-t')) + ch(\omega(t-t'))], \\ \omega &= \sqrt{a^2 - b} \end{aligned} \quad (23)$$

Формулы (21)–(23) исчерпывают модель эпидемии с кусочно-постоянными коэффициентами. Проведём оценки. Возьмём

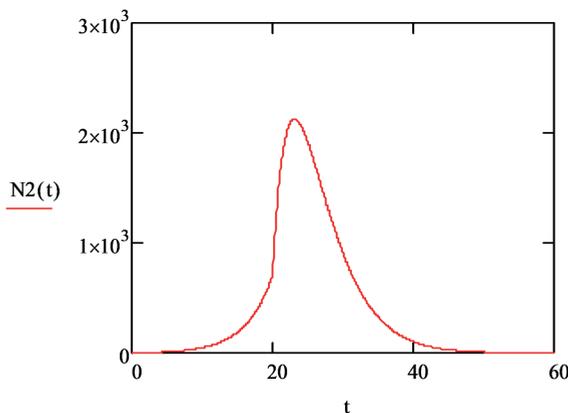
частоту контактов в день для одного человека  $\Delta n_0 = 30$ . Это может быть посещение учеником школы, студентом ВУЗа, рабочим бригады, служащим офиса. Выберем вероятность заражения здорового человека при одном контакте  $p = 0,01$ . Это низкий уровень заражения, характерный для простудных заболеваний. Время инкубационного периода оценим в  $\tau = 7$  дней. Частота ежедневных заражений здоровых людей одним больным составит  $\kappa^- = p\Delta n = 0,3$ . Число заражений здоровых людей одним больным за весь инкубационный период будет равно  $\kappa\tau \cong 2$ . Среднее время выздоровления в расчёте на одного заболевшего возьмём равным пятнадцати дням (примерно две недели). Частота выздоровления составит  $\kappa^+ = 1/15$ . Частоту смертности положим  $\kappa^c = 1/50$ , что составит (2 % от количества заболевших). Коэффициенты составят  $a = -0,133$ ,  $b = 0,00167$ . В рассматриваемом случае  $a^2 = 0,0176 > b = 0,00167$ .

Первый этап эпидемии  $0 < t < t'$  подчиняется зависимости (21)

$$N_2(t) = 7,92e^{0,133t}sh(0,126t). \quad (24)$$

Через месяц получим количество болеющих людей  $N_2(30) = 9\,374$ . Через два месяца их было бы  $N_2(60) = 45\,000$  чел.

Допустим, что через  $t' = 20$  дней, местные власти ввели масочный режим и карантин для 30 % населения. Наличие масок приведёт к уменьшению в 2–4 раза (по заявлениям официальных лиц Роспотребнадзора) вероятности заражения здоровых людей. Так как имеются нарушения, т.е. не все носят маски, оценим уменьшение вероятности заражения в два раза  $p = 0,005$ . Частота контактов уменьшится на треть  $\Delta n_0 = 20$ . Соответственно уменьшится частота заражений  $\kappa^- = p\Delta n = 0,1$ ,  $\kappa\tau = 0,7$ ,  $a \cong 0,272$ ,  $b = 0,295$ . График развития эпидемии с кусочно-постоянными коэффициентами для указанных параметров представлен на рис. 1.



**Рис. 1. Развитие эпидемии во времени (в днях) в соответствии с моделью (21–23) при принятии санитарных мер на двадцатый день с момента первого заражения.**

## 2. Модель эпидемии с постоянно действующим источником заражения

Добавим в уравнение (17) постоянно действующий источник заражения

$$\dot{N}_2(t) + 2a\dot{N}_2(t) + bN_2(t) = A, \quad t > t' \quad (25)$$

Применяя к (25) одностороннее прямое и обратное преобразование Лапласа при  $|a| < \sqrt{b}$ , получим следующее решение для случая  $t > t'$

$$N_2(t) = \dot{N}_2(t')\omega^{-1}e^{-a(t-t')} \sin(\omega(t-t')) + N_2(t')e^{-a(t-t')} [a\omega^{-1} \sin(\omega(t-t')) + \cos(\omega(t-t'))] + \frac{A}{b} \{1 - e^{-a(t-t')} [a\omega^{-1} \sin(\omega(t-t')) + \cos(\omega(t-t'))]\},$$

$$\omega = \sqrt{b - a^2}. \quad (26)$$

Формула (26) при  $t \rightarrow \infty$  выходит на асимптотику

$$N_2(t) \rightarrow \frac{A}{b}. \quad (27)$$

При этом сохраняется ненулевой уровень заражения внутри популяции.

На рис.2 показан ход эпидемии во времени с учётом действия постоянного источника заражения. Таким источником могут быть

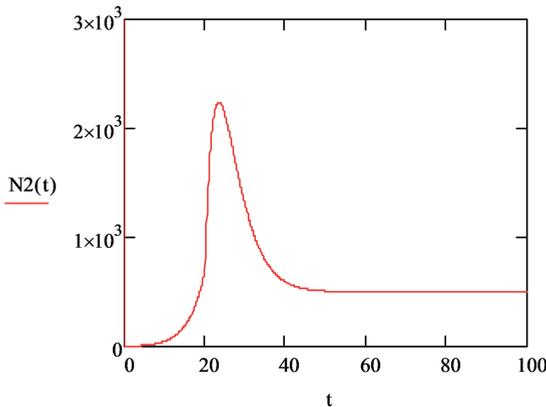


Рис. 2. Развитие эпидемии во времени (в днях) в соответствии с моделью (25) при постоянно действующем источнике заражения.

туристы, возвращающиеся из-за границы, а также медицинские учреждения (больницы и поликлиники) при несоблюдении санитарных норм. Наличие постоянного источника заражения после первой волны эпидемии это именно то, что произошло в России и странах Европы. Был открыт выезд туристов на отдых и перестали выполняться санитарные нормы в населённых пунктах. К концу лета люди перестали носить маски, заработали школы, ВУЗы и увеселительные заведения. В результате всплеск эпидемии повторился, так как вирус никуда не делся.

**Заключение.** Эпидемия коронавируса обладает скрытым инкубационным периодом, в течение которого заражённые члены популяции не болеют в явном виде, однако успешно заражают окружающих здоровых людей. Такой тип эпидемии с нашей точки зрения описывается системой уравнений кинетики с запаздыванием (9). В физике автор не сталкивался с подобными уравнениями. В экономической теории с их помощью иногда описывают складские и снабженческие задачи. В условиях, когда популяция не достигла естественного иммунитета, развитие эпидемии с запаздыванием описывается дифференциальным уравнением второго порядка с постоянно действующим источником в правой части (25). В приближении постоянных коэффициентов дифференциальное уравнение решается методом прямого и обратного преобразования Лапласа. Это решение получено в данной работе. Решение однородного уравнения имеет вид (21)–(23). Решение уравнения с источником имеет вид (26). Соответствующие эпидемические кривые приведены на рис. 1, 2.

Исключительно важным для понимания происходящих процессов является решение эпидемической задачи (26). Оказывается, для того, чтобы подавить эпидемию, необходимо ликвидировать источники постоянно действующего заражения. С этой задачей справился Китай. Россия же открыла границу для туристических поездок. Более того Роспотребнадзор к концу лета понизил требования к соблюдению санитарных норм. В результате вспыхнула осенняя волна эпидемии.

Отметим, что для уточнения поведения графика, вблизи вершины следует решить систему уравнений кинетики с запаздыванием (9). Дальнейшее уточнение теории может быть достигнуто разбиением населения на большие группы с различной частотой контактов с окружением (индивидуально-ориентированные модели). Требуется более тщательного статистического исследования значения коэффициентов  $\kappa^-$ ,  $\kappa^+$ ,  $\kappa^c$ ,  $\tau$ , входящих в задачу. Интересно было бы также учесть плавное введение санитарных норм. Таким образом, задача требует дальнейших исследований.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Енько П.Д. О ходе эпидемий некоторых заразных болезней / П.Д. Енько // Врач. — 1889. — № 46–48.

2. Brownlee J. Statistical studies in immunity: the theory of an epidemic / J. Brownlee // *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*. — 1906. — Vol. 26, iss. 6. — P. 484–521.

3. Kermack W.O. A contribution to the mathematical theory of epidemics / W.O. Kermack, A.G. McKendrick // *Proceedings of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. — 1927. — Vol. 115, iss. 772. — P. 700–721.

4. Bartlett M.S. Measles periodicity and community size / M.S. Bartlett // *Journal of the Royal Statistical Society Series A (Statistics in Society)*. — 1957. — Vol. 120, iss. 1. — P. 48–60.

5. Stochastic two-agent epidemic simulation models for a community of families / L. Elveback, E. Ackerman, L. Gatewood, J. Fox // *American Journal of Epidemiology*. — 1971. — Vol. 93, iss. 4. — P. 267–280.

6. Бейли Н. Математика в биологии и медицине / Н. Бейли. — Москва : Мир, 1970. — 327 с.

7. Bartlett M.S. An Introduction to Stochastic Processes, with special reference to methods and applications / M.S. Bartlett. — 3rd ed. — Cambridge : Cambridge University Press, 1978. — 388 p.

8. Современное состояние проблемы математического моделирования и прогнозирования эпидемического процесса / А.А. Лопатин, В.А. Сафронов, А.С. Раздорский, Е.В. Куклев // *Проблемы особо опасных инфекций*. — 2010. — № 3 (105). — С. 28–30.

9. Верификация математических моделей при чуме / А.А. Лопатин, Е.В. Куклев, В.А. Сафронов [и др.] // *Проблемы особо опасных инфекций*. — 2012. — № 3 (113). — С. 26–27.

10. Бачинский А.Г. Универсальная модель локальных эпидемий, вызываемых возбудителями особо опасных инфекций: моделирование новых инфекций / А.Г. Бачинский, Л.Ф. Низоленко // *Проблемы особо опасных инфекций*. — 2015. — № 1. — С. 51–53.

11. Тамм М.В. Коронавирусная инфекция в Москве: прогнозы и сценарии / М.В. Тамм // *Фармакоэкономика. Современная фармакоэкономика и фармакоэпидемиология*. — 2020. — Т. 13, № 1. — С. 43–51.

12. Иванов М.В. Математическое моделирование процесса пандемии. Теория и практика / М. В. Иванов // *ИРСИ*. — URL: <https://indsi.ru/2020/04/30>.

## REFERENCES

1. Enko P.D. On the course of epidemics of some infectious diseases. *Vrach = Doctor*, 1889, no. 46–48. (In Russian).

2. Brownlee J. Statistical Studies in Immunity: the Theory of an Epidemic. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, 1906, vol. 26, iss. 6, pp. 484–521.

3. Kermack W.O., McKendrick A.G. A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics. *Proceedings of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1927, vol. 115, iss. 772, pp. 700–721.

4. Bartlett M.S. Measles Periodicity and Community Size. *Journal of the Royal Statistical Society Series A (Statistics in Society)*, 1957, vol. 120, iss. 1, pp. 48–60.

5. Elveback L., Ackerman E., Gatewood L., Fox J. Stochastic Two-agent Epidemic Simulation Models for a Community of Families. *American Journal of Epidemiology*, 1971, vol. 93, iss. 4, pp. 267–280.

6. Bailey N.T.J. *The Mathematical Approach to Biology and Medicine*. London, 1967. (Russ. ed.: Bailey N.T.J. *Математика в биологии и медицине*. Moscow, Mir Publ., 1970. 327 p.).

7. Bartlett M.S. *An Introduction to Stochastic Processes, with Special Reference to Methods and Applications*. 3<sup>rd</sup> ed. Cambridge University Press, 1978. 388 p.

8. Lopatin A.A., Safronov V.A., Razdorskiy A.S., Kouklev E.V. Current State of Problem of Mathematical Modeling and Prognosis of the Epidemic Process. *Problemy osobo opasnykh infektsii = Problems of Particularly Dangerous Infections*, 2010, no. 3 (105), pp. 28–30. (In Russian).

9. Lopatin A.A., Kuklev E.V., Safronov V.A., Razdorskiy A.S., Samoilo-va L.V., Toporkov V.P. Verification of Mathematical Models of Plague. *Problemy osobo opasnykh infektsii = Problems of Particularly Dangerous Infections*, 2012, no. 3 (113), pp. 26–27. (In Russian).

10. Bachinsky A.G., Nizolenko L.F. Universal Model of Local Epidemics Caused by the Agents of Particularly Dangerous Infections: Simulation of New Infections. *Problemy osobo opasnykh infektsii = Problems of Particularly Dangerous Infections*, 2015, no. 1, pp. 51–53. (In Russian).

11. Tamm M.V. COVID-19 In Moscow: Prognoses and Scenarios. *Farmakoeconomika. Sovremennaya farmakoeconomika i farmakoepidemiologiya = Pharmacoeconomics. Modern pharmacoeconomics and pharmacoepidemiology*, 2020, vol. 13, no. 1, pp. 43–51. (In Russian).

12. Ivanov M.V. Mathematical modeling of pandemics. Theory and practice *IRSI*. Available at: <https://indsi.ru/2020/04/30>. (In Russian).

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

**Боровский Андрей Викторович** — доктор физико-математических наук, профессор, кафедра математических методов и цифровых технологий, Байкальский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, e-mail: andrei-borovskii@mail.ru.

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

**Andrei V. Borovsky** — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Mathematical Methods and Digital Technologies, Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: andrei-borovskii@mail.ru.

#### ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ

Боровский А.В. Модель эпидемии с запаздыванием / А.В. Боровский // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2020. — Т. 2, № 4. — С. 53–63.

#### FOR CITATION

Borovsky A.V. Lag Epidemic Model. *System Analysis & Mathematical Modeling*, 2020, vol. 2, no. 4, pp. 53–63. (In Russian).